

УДК 378.147.227

МЕТОДИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОБУЧЕНИЮ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО СТЕРЕОМЕТРИИ

Наталья Александровна Гарминович

кандидат физико-математических наук, доцент

krasaverenei@mail.ru

Мичуринский государственный аграрный университет

г. Мичуринск, Россия

Аннотация. В статье предлагается алгоритм формирования пространственных представлений при решении задач по стереометрии. С использованием на занятиях заданий на построение проекций фигуры на плоскость, на определение положения точки и линии на поверхности тела, на построение сечения многогранника плоскостью.

Ключевые слова: геометрия, стереометрия, пространство, рисунок, проекция, сечение, плоскость.

Решение задач по стереометрии невозможно без умения правильно выполнять рисунок фигуры. Возникает вопрос: как научиться «видеть» объемную фигуру, изображенную на бумаге. Это видение включает в себя определение взаимного расположения граней многогранника, углов между ними, точек сечения фигуры плоскостью, и является составляющей пространственного воображения.

Фундамент пространственного мышления закладывается в самом раннем детстве. Ребенок, поступающий в школу, имеет представления о простейших геометрических фигурах, с которыми встречается в повседневной жизни, может назвать предметы, имеющие форму треугольника, квадрата, круга.

Программы «Школы России» 1-4 класса, утвержденные согласно требованиям ФГОС НОО, в геометрической части учебного курса математики предполагают изучение взаимного расположения предметов в пространстве и на плоскости, распознавание и обозначение геометрических фигур, их свойств, распознавание и обозначение геометрических тел в окружающем мире [5, 3-5]. В 5-6 классах курс математики посвящен решению текстовых задач и алгебраических уравнений, в 7-8 классах на уроках геометрии знакомятся с элементами планиметрии.

К изучению пространственных фигур ученики приступают в конце 9 класса. В теме «Многогранники» [3, 302-329] понятие объемного тела выводится на основе наглядных представлений о нем. При решении задач используются готовые формулы объемов тел и площадей поверхностей.

Стереометрию с обоснованием теории пространства изучают в 10-11 классах [4]. Основные характеристики объемного тела иллюстрируются на рисунках, где видимость или невидимость деталей обозначается интенсивностью штриховки. Для большинства учеников такое изображение оказывается сложным в понимании, так как чтению этих условностей они не научены (предмет «Черчение» в настоящее время исключен из школьной программы), что сказывается на качестве понимания материала и формировании умений решать задачи по стереометрии.

Важной составляющей понимания учебного материала является, на наш взгляд, овладение учениками знаниями и навыками, связанными со строением и чтением чертежей объемных фигур. Инструментом организации такой деятельности могут быть обучающие задания, направленные на выполнение и осмысление рисунка. Успешное формирование этих учебных действий мы видим в использовании на занятиях заданий на построение проекций фигуры на плоскость, на определение положения точки и линии на поверхности тела, на построение сечения многогранника плоскостью.

Для построения проекций фигуры, знакомим обучающихся с элементами теории. Известно, что все изображения тел на плоскости получают проецированием [1, 44-45]. Основным методом проецирования в школьном курсе стереометрии является параллельное проецирование, при котором проецирующие лучи параллельны между собой [4]. Применяются два типа проекций: прямоугольные – когда проецирующие лучи перпендикулярны плоскости проекций и косоугольные, при которых проецирующие лучи наклонны к ней. Все чертежи выполняются в системе координат пространства, изображаемой тремя лучами с общим началом, величины углов между которыми зависят от выбора вида проекции.

При выполнении рисунка следует учитывать, что изображением любого треугольника (разностороннего, равностороннего, прямоугольного) является произвольный треугольник, изображением параллелограмма, прямоугольника, квадрата и ромба служит параллелограмм, изображением всякой трапеции (произвольной, равнобедренной, прямоугольной) служит произвольная трапеция, изображением окружности является овал.

При решении задачи рисунок фигуры явно или неявно (в зависимости от выбора от способа ее решения, например, при использовании метода координат это явно) следует «привязывать» к системе координат. На занятиях рассматриваем три возможных способа построения системы координат в пространстве.

Так, во фронтальной проекции (рис. 1) ось OX расположена горизонтально, ось OZ расположена вертикально, ось OY составляет с положительным направлением оси OX угол 45° .

В прямоугольной изометрической проекции (рис. 2) строится вертикальная ось OZ , а оси OX и OY располагаются под углом 30° к горизонтальной линии, проходящей через начало луча OZ .

При диметрической прямоугольной проекции (рис. 3) ось OZ проводят вертикально, ось OX откладывают под углом 7° к горизонтальной линии, при этом угол между осью OY и положительным направлением горизонтальной линии составляет 41° .

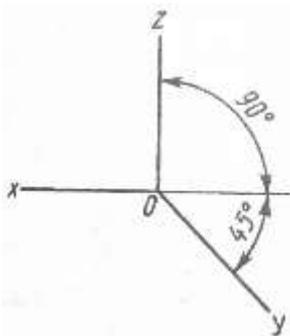


Рисунок 1 - Фронтальная проекция

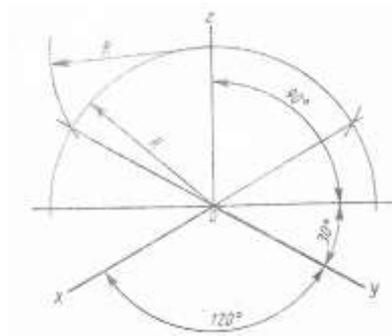


Рисунок 2- Изометрическая проекция

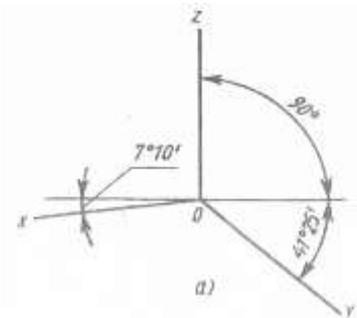


Рисунок 3- Диметрическая проекция

Выбор подходящей проекции чаще всего интуитивен и основан на личном восприятии удобного расположения тела.

Фронтальная диметрическая проекция фигуры строится с применением наклонных под острым углом к плоскости проекций. При этом размеры предмета в принятом масштабе откладываются по осям OX и OZ в полную величину, а по оси OY в два раза меньше (рис. 4а).

При построении изометрической проекции размеры предмета, вычерчиваемого на плоскости, переносятся без искажения по всем трем осям (рис. 4б).

При изображении предмета в диметрической прямоугольной проекции, как и при фронтальной, размеры по оси OY сокращают в два раза, а по осям OX и OZ откладывают в истинную величину (рис. 4в) [1, 46-48].

Формирование навыка выбора будет успешнее, если предложить обучающимся выполнить рисунок одного и того же многогранника в разных

проекциях. Заданием может быть построение куба в трех проекциях, построении параллелепипеда в трех проекциях (см. рис. 4).

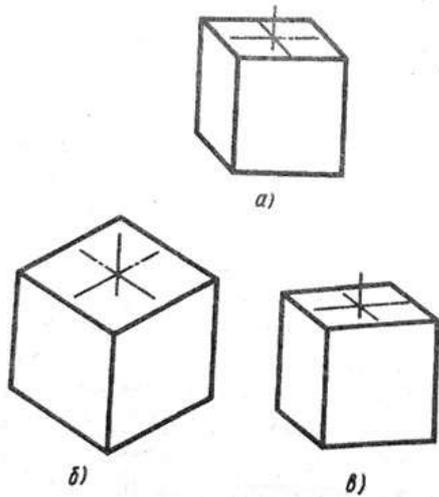


Рисунок 4 - Построение куба в трех проекциях

Помимо грамотного выполнения рисунка, важно научиться правильно представлять нарисованные элементы фигуры – грани, ребра, вершины, когда в обман зрения изображенные пересечения линий видятся как реальное пространственное геометрическое тело.

На этом этапе предлагаем задания на определение взаимного расположения граней, ребер фигуры, положение вершин, точек на гранях, пересечение линий, принадлежащих различным плоскостям.

Например, по изображению параллелепипеда (рис. 5) назовите: 1) Точки, лежащие в плоскости DCC_1 и BQC 2) Плоскости, в которых лежат прямая AA_1 3) Точки пересечения прямой MK с плоскостью ABD ; прямых DK и BPC с плоскостью $A_1B_1C_1$; 4) Прямые, по которым пересекаются плоскости AA_1B_1 и ACD ; PB_1C_1 и ABC ; 5) Точки пересечения прямых MK и DC , B_1C_1 и BP , C_1M и DC [3, 7-8].

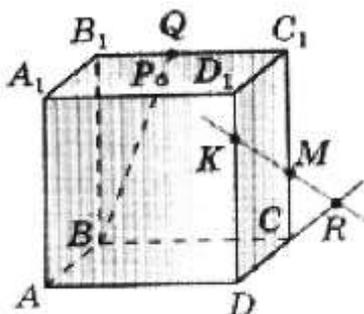


Рисунок 5 - Параллелепипед

Третьим этапом формирования представления о чертеже как изображении пространственной фигуры считаем решение задач на построение сечений многогранника плоскостью. Для построения сечений выполняем действия, следующие из утверждений и аксиом геометрии:

1) две точки сечения, лежащие в одной плоскости (на одной грани многогранника), соединяем отрезком прямой;

2) линией пересечения плоскости сечения и грани многогранника является прямая, для определения положения которой ищем точку пересечения продолжения отрезка сечения (следа прямой) с плоскостью грани как точку пересечения следа с ребром, лежащим в той же плоскости или в параллельных гранях проводим параллельные линии сечения.

Предложенный порядок учебных действий по формированию пространственных представлений следует рассматривать как возможный методический инструментарий организации занятий по темам.

Список литературы:

1. Вышнепольский И.С. Техническое черчение: Учебник для профессиональных учебных заведений. – М.: Высшая школа; Издательский центр «Академия». 2001. 224 с.

2. Гарминович Н.А. Проблемные ситуации в обучении: теория и технологии // Актуальные проблемы образования и воспитания: интеграция теории и практики: материалы Национальной контент-платформы (г. Мичуринск, 12 декабря 2019 г.). Мичуринск: Изд.-во Мичуринского ГАУ. 2019. С. 258-261.

3. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутусов, В.С. Кадомцев и др. М.: Просвещение. 2019. 383 с.

4. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутусов, В.С. Кадомцев и др. М.: Просвещение. 2017. 225 с.

5. Математика. Примерные рабочие программы. Предметная линия учебников системы «Школа России». 1–4 классы: учеб. пособие для общеобразоват. организаций / М. И. Моро и др. М.: Просвещение. 2021. 144с.

УДК 378.147.227

**METHODICAL APPROACH TO LEARNING TO SOLVE PROBLEMS
IN STEREOMETRY**

Natalya. A. Garminovich

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor

krasaverenei@mail.ru

Michurinsk State Agrarian University

Michurinsk, Russia

Abstract. The article proposes an algorithm for the formation of spatial representations in solving problems in stereometry. With the use in the classroom of tasks for constructing projections of a figure onto a plane, for determining the position of a point and a line on the surface of a body, for constructing a section of a polyhedron by a plane.

Keywords: geometry, stereometry, space, figure, projection, section, plane.

Статья поступила в редакцию 01.11.2022; одобрена после рецензирования 15.12.2022; принята к публикации 20.12.2022.

The article was submitted 01.11.2022; approved after reviewing 15.12.2022; accepted for publication 20.12.2022.