**УДК 378.147.227**

# О ПРИКЛАДНОЙ ОРИЕНТАЦИИ ВУЗОВСКОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

**Наталья Александровна Гарминович**
кандидат физико-математических наук, доцент
krasaverenei@mail.ru
Мичуринский государственный аграрный университет
г. Мичуринск,Россия

**Аннотация.**В статье рассматриваются вопросы построения и решения математической модели на занятиях по математике. Элементы моделирования предлагается проводитьв постановке вопроса, в формулировке условия учебной задачи, решение которой находится математическими методами, и в использовании реальных примеров. Этапы построения моделей демонстрируются на примерах из разделов вузовского курса математики «Дифференциальное исчисление», «Интегральной исчисление», «Теория вероятностей».

**Ключевые слова:**математическая модель, решение, интеграл, дифференциальное уравнение, регрессия,творчество.

Изучение математики в высших учебных заведениях должно представлять собой синтез теоретических обобщений и практически значимого материала в рамках конкретной специальности. Поэтому,такие «богатые»в прикладном отношении разделы математики, как дифференциальное в интегральное исчисления, теория вероятностей следует изучать, приводя примеры реальных ситуаций, где эффективно использование той или иной теории.

Изучение математики в вузе состоит в применении известных типовых решений и общепринятых схем. Это далеко не всегда является стимулом для увлечения предметом и понимания необходимости курса. Творчество, а значит, и интерес возникает там, где требуется изобретение, создание своего способа решения. Изучая математику на непрофильных направлениях, студенты могут открывать для себя ее законы в задачах,а выводы, полученные при создании модели на занятии распространять на реальный процесс в будущей работе.

Создание учебной математической модели можно рассматривать как решение когда-то решенной исследовательской задачи, а моделирование на занятиях как модельный эксперимент, являющийся одним из направлений творчества.

Математические модели, учебные или исследовательские являются проекциями реального мира, а универсальность математических законов позволяет применять их в совершенно разных областях. Для этого требуется «уложить» условие практическое задачи в рамки подходящей математической модели и мощный аппарат математики позволит найти новые знания об исходных фактах и обнаружить непознанные закономерности.

На занятиях, как правило, предлагаются уже сформулированные на языке модели задачи: вычислить значение выражения, решить уравнение, решитьсистему уравнений, найти наибольшее значение функции и т.п. Получается, что  студенты не учатся моделировать, т.е. осуществлять процесс перехода от реальной ситуации к математической модели. Элементы моделирования на занятиях по математике могут быть и в постановке вопроса, и в формулировкеусловия учебной задачи, решение которой находится математическими методами, и в использовании реальных примеров.

В общем случае, рассматривая математические методы как основу решения прикладных задач, занимаются вопросами построения и решения математической модели. Для этого осуществляют перевод объекта на математический язык, выделяют свойства для их исследования математическими методами. Первым этапом построения модели является наблюдение интересующих нас свойств реального объекта. Далее следует формулировка свойств на языке предмета, который занимает нас. Получают содержательную модель. Для этого этапа характерно выдвижение гипотез. Учитывая свойства и отношения между объектами, составляют уравнения, непротиворечащее универсальным законам. Проводят решение найденного модельного уравнения и анализ полученного ответа. На этом этапе строят верификацию модели, т.е. оценивают правильность модели, сравнивая полученный результат с известными факторами, или данными эксперимента.Важным является ориентир на предполагаемый метод решения математической задачи и качественные свойства получаемого решения[3].

Подобный алгоритм используется придоказательства новых теорий, решении как сложных научных, так и простых учебных задач.

Например, сложная исследовательская задача, возникающая в полуклассической теории рассеяния, когда относительное движение тяжелых частиц описывается классически, а колебательное – квантово в приближении гармонических осцилляторов. Подобная задача встает в теории многопроходных резонаторов, химических реакций. Решение прикладной задачи сводится к созданию ее модели и представления в виде уравнения Шредингера с потенциалом в виде квадратичной функции с коэффициентами, зависящими от времени.

$$i \cdot \frac{\partial \psi\left(\bar{x}, \quad \bar{t}\right)}{\partial t} = H\left(\bar{x}, \quad p, \quad t\right) \cdot \psi\left(\bar{x}, \quad t\right), \qquad (1)$$

где $\psi$ -волновая функция $\kappa$ пространственных координат,

$\bar{x} = \left( x_1, \quad ..., \quad \bar{x}_\kappa \right)$- координаты отдельных осцилляторов,

$H$ - функция Гамильтона со специальным начальным условием.

Уравнение Шредингера трактуется как $(3\kappa+3)$ - мерная гиперповерхность в пространстве $R^{3\kappa+4}$. Процедуру решения можно условно разделить на два этапа - поиск группы эквивалентности для приведения исходной задачи Коши к системе несвязанных классических осцилляторов, и последующая редукция к обыкновенному дифференциальному уравнению для предоставления решения в известных терминах. Строится основной и продолженный инфинитезимальный операторы группы преобразований, находятся соответствующие инварианты, строится группа эквивалентности. Для случая одной пары связанных осцилляторов, определяется матрица перехода, позволяющая «развязать» попарно связанные осцилляторы. Решение задачи Коши представляется в виде произведения волновых функций, записанных через решения обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка [1].

Например, учебная теоретическая задача для студентов, изучающих раздел «Интегральное исчисление» на вычисление объема комбинированного строения с помощью определенного интеграла[2].

Найти объем фигуры, ограниченной линиями:

$$\begin{cases} -1 \le y \le 1 \\ 2 \cdot y^2 - 3 \le x \le -7 \cdot x^2 + 6 \\ -3 + \sqrt{x^2 + 16y^2} \le z \le 1 + \sqrt{x^2 + 16y^2} \end{cases} \qquad (2)$$

Точки пересечения линий находим, решая уравнение:

$$2 \cdot y^2 - 3 = -7 \cdot y^2 + 6$$
$$y_1 = -1; y_2 = 1. \qquad (3)$$

Эти значения переменной служат ее границами при интегрировании.

$$V = \int_{-1}^{1} dy \int_{2y^2-3}^{-7y^2+6} dx \int_{-3+\sqrt{x^2+16y^2}}^{1+\sqrt{x^2+16y^2}} dz = \int_{-1}^{1} dy \int_{2y^2-3}^{-7y^2+6} 4 \cdot dx = 4\int_{-1}^{1} \left(-9y^2 + 9\right) dy = -36\int_{-1}^{1} y^2 dy + 36\int_{-1}^{1} dy = 48(е д^3).$$

Задача приобретает большую значимость в глазах студентов, если она имеет прикладной характер. Так, изучая раздел «Элементы теории вероятности», предлагается задача оценивания распределения случайной величины, которая оказывается в зоне наблюдения. Для этого вначале производится обработка данных признака, составляется вариационный ряд, определяются его основные характеристики - математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Далее строятся функции распределения и проводится сравнение с функцией распределения нормальной случайной величины, сравниваются их графики распределения. Работа может быть продолжена построением уравнения регрессии и его исследованием.

Например, требуется найти уравнение регрессии Y на X и X на Y по четырем парам наблюденных значений случайной величины $(X, Y)$.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $n_i$ | 2 | 4 | 5 | 7 |

Нанесем на координатную плоскость точки $(x_i, y_i)$, где $i = 1,2,3,4$ и проанализируем их расположение.

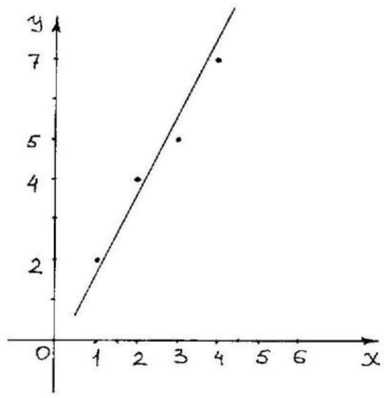


Рис.

Соединим точки на плоскости $XOY$, получим ломаную линию, точки которой расположены близко от прямой линии.

Найдем уравнения линейной регрессии:

$$\overline{y_x} = b_0 + b_1 x \text{ и } \overline{x_y} = a_0 + a_1 y \qquad (4)$$

Построим уравнение регрессии Y на X. Для этого посчитаем коэффициенты $b_0, b_1$, $a_0, a_1$ методом наименьших квадратов.

Имеем систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} nb_0 + b_1 \sum x_i = \sum y_i \\ b_0 \sum x_i + b_1 \sum x_i^2 = \sum x_i y_i \end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum y_i = \sum x_i \\ a_0 \sum y_i + a_1 \sum y_i^2 = \sum x_i y_i \end{cases} \tag{6}$$

Вычислим необходимые суммы, входящие в системы (5) и (6). Полученные данные внесем в таблицу.

*Таблица 1. Коэффициенты регрессии*

| | $x_i$ | $y_i$ | $x_i y_i$ | $x_i^2$ | $y_i^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | **1** | **2** | **2** | **1** | **4** |
| | 2 | 4 | 8 | 4 | 16 |
| | 3 | 5 | 15 | 9 | 25 |
| | 4 | 7 | 28 | 16 | 49 |
| $\sum_{i=1}^{4}$ | 10 | 18 | 53 | 30 | 94 |

$\sum x_i$ =10, $\sum y_i$ =18, $\sum x_i y_i$ =53, $\sum x_i^2$ =30, $\sum y_i^2$ =94

Подставим найденные суммы в систему (1), получим:

$$\begin{cases} 4b_0 + 10b_1 = 18 \\ 10b_0 + 30b_1 = 53 \end{cases} \tag{7}$$

Решая систему, найдем $b_0$=0,5; $b_1$=1,6.

Следовательно, уравнение регрессии Yна Химеет вид:

$$\overline{y_x} = 0{,}5 + 1{,}6x \tag{8}$$

Найдем уравнение регрессии X на Y.

Подставим значения найденных сумм в систему (2), получим:

$$\begin{cases} 4a_0 + 18a_1 = 18 \\ 18a_0 + 94a_1 = 53 \end{cases} \tag{9}$$

Решая систему, находим $a_0$=-0,269; $a_1$=0,615

Следовательно, уравнение регрессии X на Y имеет вид

$$\overline{x_y} = -0{,}269 + 0{,}615\,y \tag{10}$$

Проникновение теорем и математических методов в содержание прикладных задач, позволяет студентам увидеть связь математики с будущей деятельностью. Только одно теоретическое приложение курса приведет к отрыву теории от практики, к возникновение псевдо - теорий, единственной положительной чертой которых является их логическая непротиворечивость. Увлечение прикладным содержанием, упрощение теоретической платформы знанийприведет к забвению фундаментальных исследований и отразиться, в конечно итоге, на объективности практических выводов.Использование моделей при изучении математики объединяет ее прикладное и теоретическое содержание.

**Список литературы:**

1.Гарминович Н.А.Групповой анализ задачи Коши для нестационарного уравнения Шредингер с квадратичным гамильтонианом //Образование и наука в педагогическом институте: традиции, современность, перспективы: сборник материалов межрегиональной научно-практической конференции, посвященной 75-летию Мичуринского государственного института (16 декабря 2014 г.): в 2 т./под ред. В.Я. Никульшина. Мичуринск. Изд-во Мичуринского ГАУ. 2015. Т. 1. С. 205-208.

2.Гарминович Н.А.Прием реализации принципа прикладной направленности при изучении интегралов// Наука и Образование. 2022. Т. 5.№ 4.

3.Зайцев В.Ф. Математические модели в точных и гуманитарных науках/В.Ф.Зайцев. СПб. 2006.112 с.

**UDC 378.147.227**

# ABOUT APPLIED ORIENTATION OF THE UNIVERSITY MATHEMATICS COURSE

**Natalya. A. Garminovich**
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
krasaverenei@mail.ru
Michurinsk State Agrarian University
Michurinsk, Russia

**Abstract.** The article discusses the issues of constructing and solving a mathematical model in mathematics classes. Elements of modeling are proposed to be carried out in the formulation of the question, in the formulation of the conditions of the educational problem, the solution of which is found using mathematical methods, and in the use of real examples. The stages of constructing models are demonstrated using examples from sections of the university mathematics course «Differential Calculus», «Integral Calculus», «Probability Theory».

**Keywords:** mathematical model, solution, integral, differential equation, regression, creativity.