

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВУХФАЗНОГО АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ

**Тетерук С.С.**

Магистрант

Мичуринский государственный аграрный университет,

г. Мичуринск, Россия

**Нефедов А.Н.**

Доцент

Мичуринский государственный аграрный университет,

г. Мичуринск, Россия

**Аннотация:** Рассмотрены особенности разработки математической модели двухфазного асинхронного электродвигателя. Показан пример её реализации в программе Matlab Simulink.

**Ключевые слова:** двухфазный асинхронный электродвигатель, математическая модель, Matlab Simulink .

Современный электропривод является ключевым звеном автоматизации всех отраслей производства, и уровень его состояния определяет решение задач, связанных с повышением производительности и точности работы оборудования, так и с созданием производственных комплексов энергосберегающих и безлюдных технологий.

Для построения математической модели электромеханической системы необходимо знать не только её устройство и принцип действия, но и физические законы, по которым она функционирует. При этом, учитывая их многообразие, нужно уметь выделить и применить именно те законы, которые существенным образом влияют на важнейшие характеристики исследуемого объекта, и отказаться от учета второстепенных факторов, не усложняя модель без необходимости. Затем принятые во внимание физические закономерности необходимо математически описать. В общем виде это можно представить в виде схемы на рис.1.

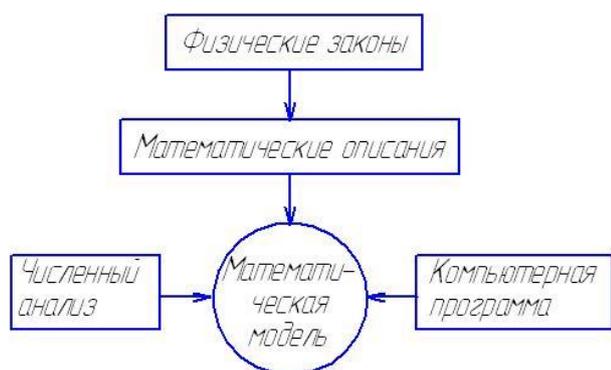
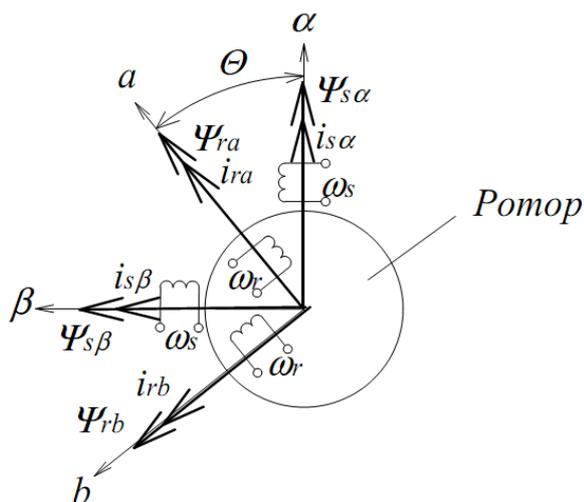


Рис. 1. Схема создания математической модели

Для построения математической модели двухфазного асинхронного двигателя

Статорные обмотки  $\omega_s$  размещены в осях  $(\alpha, \beta)$ , а роторные  $\omega_r$  – в осях  $(a, b)$ . При работе машины обмотки ротора вращаются с угловой скоростью

$$\omega = \frac{d\Theta}{dt} \quad (1)$$



где  $\Theta$  – угол смещения обмоток ротора относительно обмоток статора.

По-  
токосцеп-  
ления  
обмоток

$$\begin{cases} \Psi_{s\alpha} = L_s i_{s\alpha} + M \cdot i_{ra} \cdot \cos \Theta - M \cdot i_{rb} \cdot \sin \Theta \\ \Psi_{s\beta} = L_s i_{s\beta} + M \cdot i_{rb} \cdot \cos \Theta - M \cdot i_{ra} \cdot \sin \Theta \\ \Psi_{ra} = L_r i_{ra} + M \cdot i_{s\alpha} \cdot \cos \Theta - M \cdot i_{s\beta} \cdot \sin \Theta \\ \Psi_{rb} = L_r i_{rb} + M \cdot i_{s\alpha} \cdot \sin \Theta - M \cdot i_{s\beta} \cdot \cos \Theta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Psi_s &= \Psi_{s\alpha} + j\Psi_{s\beta} \\ \Psi_r &= \Psi_{ra} + j\Psi_{rb} \end{aligned}$$

статора и обмоток ротора представим системой уравнений (2) Вращающееся магнитное поле машины представим обобщёнными векторами потокоцеплений статора и ротора: (3)

Рис. 2. Модель двухфазной асинхронной машины

Аналогично напряжение статора и ротора представим в виде:

$$\begin{aligned} U_s &= U_{s\alpha} + jU_{s\beta} \\ U_r &= U_{r\alpha} + jU_{r\beta} \end{aligned} \quad (4)$$

Токи статора и ротора:

$$\begin{aligned} i_s &= i_{s\alpha} + ji_{s\beta} \\ i_r &= i_{r\alpha} + ji_{r\beta} \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнения напряжений двухфазной машины в ортогональной системе координат:

где  $R_s, R_r$  – соответственно активные сопротивления обмоток статора и ротора.

$$\begin{cases} U_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + \frac{d\Psi_{s\alpha}}{dt} \\ U_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + \frac{d\Psi_{s\beta}}{dt} \\ U_{r\alpha} = R_r i_{r\alpha} + \frac{d\Psi_{r\alpha}}{dt} \\ U_{r\beta} = R_r i_{r\beta} + \frac{d\Psi_{r\beta}}{dt} \end{cases} \quad (6)$$

Для упрощения системы уравнений осуществили преобразование координат, что позволило в дальнейшем получить

систему уравнений с постоянными коэффициентами. Выполнили преобразование обобщённого вектора  $i_r$  тока из вращающейся системы координат  $(\alpha, \beta)$  в неподвижную  $(\alpha, \beta)$ .

Полученные векторные уравнения позволили записать систему алгебраических дифференциальных уравнений обобщенной машины в координатных осях  $(\alpha, \beta)$ , неподвижных относительно статора:

$$U_{s\alpha} = R_s \cdot i_{s\alpha} + \frac{d\Psi_{s\alpha}}{dt}; \quad U_{r\alpha} = R_r \cdot i_{r\alpha} + \frac{d\Psi_{r\alpha}}{dt} + p_{II} \cdot \omega_r \cdot \Psi_{r\beta} \quad (7)$$

$$U_{s\beta} = R_s \cdot i_{s\beta} + \frac{d\Psi_{s\beta}}{dt}; \quad U_{r\beta} = R_r \cdot i_{r\beta} + \frac{d\Psi_{r\beta}}{dt} - p_{II} \cdot \omega_r \cdot \Psi_{r\alpha} \quad (8)$$

где  $\omega_r \cdot \Psi_{r\alpha}, \omega_r \cdot \Psi_{r\beta}$  – соответственно ЭДС вращения по оси  $\alpha$  и по оси  $\beta$ ;  $p_{II}$  – число пар полюсов.

Уравнения (7) и (8) записаны в общей для обмоток статора и ротора системе координат  $(\alpha, \beta)$ . В результате координатных преобразований из дифференциальных уравнений исчезли гармонические коэффициенты  $\cos\Theta$  и  $\sin\Theta$ . Так как обмотки ротора рассматриваются неподвижными, то в уравнения входят ЭДС вращения.

Уравнения потокосцеплений статора и ротора:

(9)

$$\begin{cases} \Psi_{s\alpha} = L_s i_{s\alpha} + M \cdot i_{r\alpha} \\ \Psi_{s\beta} = L_s i_{s\beta} + M \cdot i_{r\beta} \\ \Psi_{r\alpha} = L_r i_{r\alpha} + M \cdot i_{s\alpha} \\ \Psi_{r\beta} = L_r i_{r\beta} + M \cdot i_{s\beta} \end{cases}$$

Подставляя (9) в (7) и (8) и учитывая, что ротор короткозамкнутый записываем уравнения двухфазной машины:

$$\begin{cases} U_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + \frac{d}{dt} L_s i_{s\alpha} + \frac{d}{dt} M \cdot i_{r\alpha} \\ U_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + \frac{d}{dt} L_s i_{s\beta} + \frac{d}{dt} M \cdot i_{r\beta} \\ 0 = \frac{d}{dt} M i_{s\alpha} + M \omega_r i_{s\beta} + R_r i_{r\alpha} + \frac{d}{dt} L_r i_{r\alpha} - L_r \omega_r i_{r\beta} \\ 0 = -M \omega_r i_{r\alpha} + \frac{d}{dt} M i_{s\beta} - L_r \omega_r i_{r\alpha} + R_r i_{r\beta} + \frac{d}{dt} L_r i_{r\beta} \end{cases} \quad (10)$$

Введя замену  $d/dt=p$  и дополняя выражения уравнением для электромеханического момента двигателя, получили уравнения математической модели двухфазного двигателя:

$$\begin{cases} U_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + p L_s i_{s\alpha} + p M \cdot i_{r\alpha} \\ U_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + p L_s i_{s\beta} + p M \cdot i_{r\beta} \\ 0 = p M i_{s\alpha} + M \omega_r i_{s\beta} + R_r i_{r\alpha} + p L_r i_{r\alpha} - L_r \omega_r i_{r\beta} \\ 0 = -M \omega_r i_{r\alpha} + p M i_{s\beta} - L_r \omega_r i_{r\alpha} + R_r i_{r\beta} + p L_r i_{r\beta} \end{cases} \quad (11)$$

Для построения математической модели удобнее уравнения (10) и (11) выразить через потокосцепления:

$$p \Psi_{s\alpha} = U_{s\alpha} - R_s \cdot i_{s\alpha}; \quad p \Psi_{r\alpha} = -R_r \cdot i_{r\alpha} - p_{\Pi} \cdot \omega_{дв} \cdot \Psi_{r\beta} \quad (12)$$

$$p \Psi_{s\beta} = U_{s\beta} - R_s \cdot i_{s\beta}; \quad p \Psi_{r\beta} = -R_r \cdot i_{r\beta} + p_{\Pi} \cdot \omega_{дв} \cdot \Psi_{r\alpha} \quad (13)$$

Для визуализации математической модели выбрали пакет Simulink программной среды MATLAB, позволяющий при исследовании электрических машин и схем силовой электроники моделировать достаточно сложные схемы управления ими (устройства электропривода). Кроме этого, в настоящее время практически нет ни одной задачи, связанной с исследованием систем электропитания или преобразования энергии, которую нельзя было бы решить в пакете MATLAB. На основе полученной математической модели разработана модель ДАД (см. рис.2), позволяющая исследовать работу ДАД в составе мехатронной системы с частотно-регулируемым электроприводом. [1]

Поскольку параметры сопротивлений и индуктивностей двигателя в таблице 3.1 даны в явном виде, отсутствует необходимость их нахождения обратным преобразованием из схемы замещения. Для моделирования определим номинальный ток и частоту вращения вала двигателя в соответствии с нижеследующими выражениями.

Данная модель позволяет наблюдать характер изменения фазных токов и напряжений, построить график спектрального состава питающего напряжения (рис. 3) и тока по гармоникам относительно базовой гармоники, графики пускового тока, изменения частоты вращения и т.д. [2]

Как видно из спектрального состава коэффициент гармонических искажений (THD) составляет 39,61%, который хоть и отличается от рассчитанного значения 31,08%, тем не менее, ниже  $THD=48,34\%$  при питании двигателя от двух однофазных инверторов. Что подтверждает сделанные в исследовании предположения и работоспособность математической модели.

В проведенном исследовании на основе уравнений обобщенной электрической машины составлены уравнения двухфазного асинхронного двигателя, построена его математическая модель, представлены выражения для расчета ее параметров, проведена её адекватность.

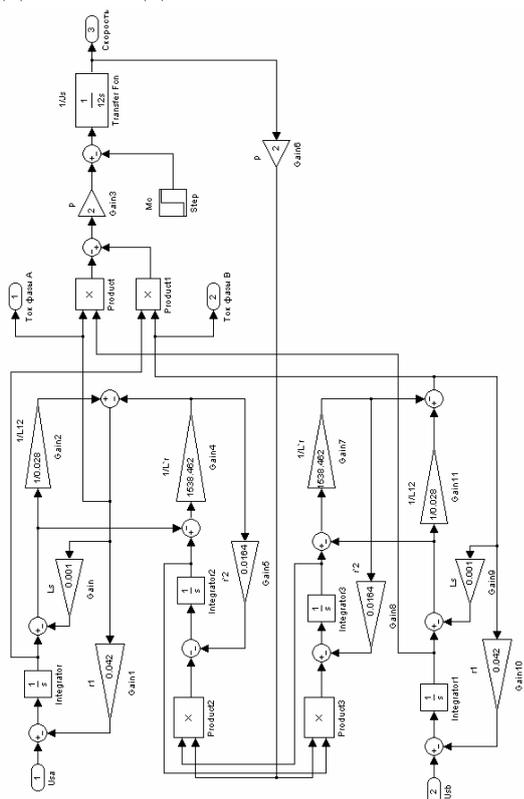


Рис. 2. – Модель двухфазного асинхронного двигателя

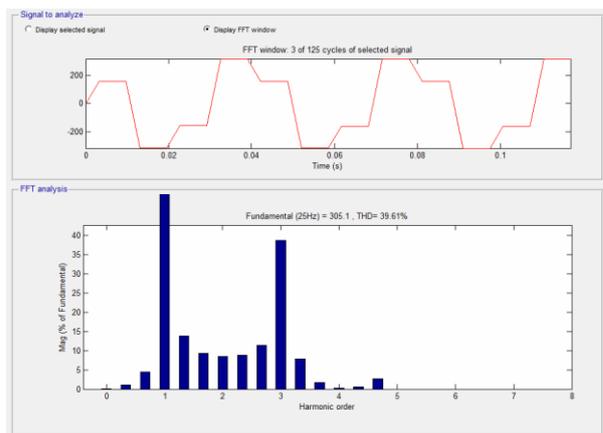


Рис. 3. Спектральный состав фазного напряжения

## Литература

1. Герман-Галкин С.Г. Matlab&Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК. – СПб.: КОРОНА-Век, 2008. – 368 с.
2. Дьяконов В.П.. MATLAB6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения. Пол-ное руководство пользователя / В.П. Дьяконов. -М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 756 с.

# **A MATHEMATICAL MODEL OF TWO-PHASE ASYNCHRONOUS ELECTROMOTOR'S**

**Teteruk S.S.**

Undergraduate

Michurinsk State Agrarian University,

Michurinsk, Russia

**Nefedov A. N.**

Professor

Michurinsk State Agrarian University,

Michurinsk, Russia

Annotation: Features of development of a mathematical model of a two-phase asynchronous electric motor are considered. An example of its implementation in the program Matlab Simulink is shown.

Key words: Two-phase asynchronous motor, mathematical model, Matlab Simulink .